Programme des vacances : Il faut faire les exercices dans l'ordre du programme. Il faut TOUS les faire pour la rentrée… Courage !

	Lundi	Mardi	Jeudi
Semaine du 6 mars	**Polynésie mai 2022 sujet 2** Exo 4 : Géométrie dans l'espace	**Métropole mai 2022 sujet 2** Exo 3 : Géométrie dans l'espace	**Polynésie mai 2022 sujet 2** Exo 2 : Probabilités
	Métropole mai 2022 sujet 1 Exo 2 : Géométrie dans l'espace	**Centres étrangers mai 2022 sujet 2** Exo 3 : Géométrie dans l'espace	**Polynésie mai 2022 sujet 2** Exo 3 : Suites
	Polynésie mai 2022 sujet 2 Exo 1 : Fonction ln : QCM	**Métropole mai 2022 sujet 1** Exo 4 : Fonctions numériques : QCM	
Semaine du 13 mars	**Métropole mai 2022 sujet 1** Exo 1 : Fonction exponentielle	**Métropole mai 2022 sujet 2** Exo 1 : Probabilités	**Centres étrangers mai 2022 sujet 2** Exo 2 : Fonction ln
	Métropole mai 2022 sujet 1 Exo 3 : Probabilités	**Métropole mai 2022 sujet 2** Exo 4 : Fonction exponentielle	**Centres étrangers mai 2022 sujet 2** Exo 4 : Probabilités
	Métropole mai 2022 sujet 2 Exo 2 : Fonctions et suites : QCM	**Centres étrangers mai 2022 sujet 2** Exo 1 : Fonction exponentielle : QCM	
Semaine du 20 mars	**BAC 2023 !**		

Pour ceux qui veulent en faire plus :

∾ Baccalauréat Polynésie 6 mai 2022 ∾

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ sujet n° 2

Durée de l'épreuve : **4 heures**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 7 points **Thèmes : fonctions, primitives, probabilités**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - x + 1.$$

Parmi les quatre expressions suivantes, laquelle est celle de la fonction dérivée de f ?

a. $\ln(x)$	**b.** $\dfrac{1}{x} - 1$	**c.** $\ln(x) - 2$	**d.** $\ln(x) - 1$

2. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = x^2[1 - \ln(x)]$.
Parmi les quatre affirmations suivantes, laquelle est correcte ?

a. $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty$	**b.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = -\infty$	**c.** $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = 0$	**d.** La fonction g n'admet pas de limite en 0.

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 0,9x^2 - 0,1x$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$ est :

a. 0	**b.** 1	**c.** 2	**d.** 3

4. Si H est une primitive d'une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$, et si k est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = h(2x)$, alors, une primitive K de k est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a. $K(x) = H(2x)$	**b.** $K(x) = 2H(2x)$	**c.** $K(x) = \dfrac{1}{2}H(2x)$	**d.** $K(x) = 2H(x)$

5. L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 1 de la courbe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^x$ est :

a. $y = \mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**b.** $y = 2\mathrm{e}x - \mathrm{e}$	**c.** $y = 2\mathrm{e}x + \mathrm{e}$	**d.** $y = \mathrm{e}x$

6. Les nombres entiers n solutions de l'inéquation $(0,2)^n < 0,001$ sont tous les nombres entiers n tels que :

a. $n \leqslant 4$	**b.** $n \leqslant 5$	**c.** $n \geqslant 4$	**d.** $n \geqslant 5$

EXERCICE 2 7 points **Thèmes : probabilités**

Les douanes s'intéressent aux importations de casques audio portant le logo d'une certaine marque.
Les saisies des douanes permettent d'estimer que :

- 20 % des casques audio portant le logo de cette marque sont des contrefaçons ;
- 2 % des casques non contrefaits présentent un défaut de conception ;
- 10 % des casques contrefaits présentent un défaut de conception.

L'agence des fraudes commande au hasard sur un site internet un casque affichant le logo de la marque. On considère les évènements suivants :

- C : « le casque est contrefait » ;
- D : « le casque présente un défaut de conception » ;
- $\overline{C}$ et $\overline{D}$ désignent respectivement les évènements contraires de C et D.

Dans l'ensemble de l'exercice, les probabilités seront arrondies à 10^{-3} si nécessaire.

Partie 1

1. Calculer $P(C \cap D)$. On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.
2. Démontrer que $P(D) = 0,036$.
3. Le casque a un défaut. Quelle est la probabilité qu'il soit contrefait ?

Partie 2

On commande n casques portant le logo de cette marque. On assimile cette expérience à un tirage aléatoire avec remise. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de casques présentant un défaut de conception dans ce lot.

1. Dans cette question, $n = 35$.
   a. Justifier que X suit une loi binomiale $\mathscr{B}(n,\ p)$ où $n = 35$ et $p = 0,036$.
   b. Calculer la probabilité qu'il y ait parmi les casques commandés, exactement un casque présentant un défaut de conception.
   c. Calculer $P(X \leqslant 1)$.
2. Dans cette question, n n'est pas fixé.
   Quel doit être le nombre minimal de casques à commander pour que la probabilité qu'au moins un casque présente un défaut soit supérieur à 0,99 ?

EXERCICE 3 7 points **Thèmes : suites, fonctions**

Au début de l'année 2021, une colonie d'oiseaux comptait 40 individus. L'observation conduit à modéliser l'évolution de la population par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$\left\{\begin{array}{l c l} u_0 & = & 40 \\ u_{n+} & = & 0,008u_n(200 - u_n) \end{array}\right.$$

où u_n désigne le nombre d'individus au début de l'année $(2021 + n)$.

1. Donner une estimation, selon ce modèle, du nombre d'oiseaux dans la colonie au début de l'année 2022.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 100]$ par $f(x) = 0,008x(200 - x)$.

2. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 100]$ l'équation $f(x) = x$.
3. a. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0 ; 100]$ et dresser son tableau de variations.
   b. En remarquant que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$ démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n :
   $$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 100.$$
   c. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
   d. Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n). Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

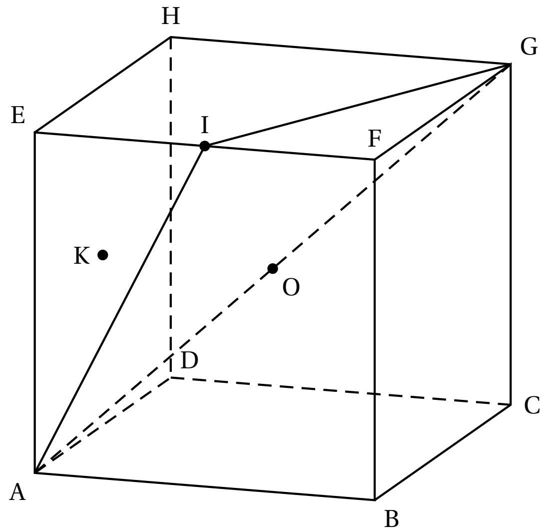
4. On considère l'algorithme suivant :

```
def seuil(p) :
    n=0
    u = 40
    while u < p :
      n =n+1
      u = 0.008*u*(200-u)
    return(n+2021)
```

L'exécution de seuil(100) ne renvoie aucune valeur. Expliquer pourquoi à l'aide de la question 3.

EXERCICE 4 7 points **Thèmes : géométrie dans le plan et dans l'espace**

On considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1.
L'espace est muni du repère orthonormé $\left(\text{A}\,;\,\overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AE}}\right)$. Le point I est le milieu du segment [EF], K le centre du carré ADHE et O le milieu du segment [AG].



Le but de l'exercice est de calculer de deux manières différentes, la distance du point B *au plan (*AIG*).*

Partie 1. Première méthode

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, et G.
   On admet que les points I et K ont pour coordonnées $\text{I}\left(\frac{1}{2}\,;\,0\,;\,1\right)$ et $\text{K}\left(0\,;\,\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\right)$.
2. Démontrer que la droite (BK) est orthogonale au plan (AIG).
3. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (AIG) est : $2x - y - z = 0$.
4. Donner une représentation paramétrique de la droite (BK).
5. En déduire que le projeté orthogonal L du point B sur le plan (AIG) a pour coordonnées $\text{L}\left(\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$.
6. Déterminer la distance du point B au plan (AIG).

Partie 2. Deuxième méthode

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \times b \times h$, où b est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

1. **a.** Justifier que dans le tétraèdre ABIG, [GF] est la hauteur relative à la base AIB.

   b. En déduire le volume du tétraèdre ABIG.

2. On admet que AI = IG = $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ et que AG = $\sqrt{3}$.

   Démontrer que l'aire du triangle isocèle AIG est égale à $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ unité d'aire.

3. En déduire la distance du point B au plan (AIG).

∽ Baccalauréat Métropole 11 mai 2022 ∾

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 (7 points) **Thèmes : fonction exponentielle, suites**

Dans le cadre d'un essai clinique on envisage deux protocoles de traitement d'une maladie.
L'objectif de cet exercice est d'étudier, pour ces deux protocoles, l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang d'un patient en fonction du temps.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Étude du premier protocole

Le premier protocole consiste à faire absorber un médicament, sous forme de comprimé, au patient.
On modélise la quantité de médicament présente dans le sang du patient, exprimée en mg, par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par

$$f(t) = 3t\mathrm{e}^{-0,5t+1},$$

où t désigne le temps, exprimé en heure, écoulé depuis la prise du comprimé.

1. **a.** On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ et on note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout nombre réel t de $[0\,;\,10]$, on a : $f'(t) = 3(-0,5t+1)\mathrm{e}^{-0,5t+1}$.
   b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
   c. Selon cette modélisation, au bout de combien de temps la quantité de médicament présente dans le sang du patient sera-t-elle maximale ?
   Quelle est alors cette quantité maximale ?
2. **a.** Montrer que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[0\,;\,2]$ notée α, dont on donnera une valeur approchée à 10^{-2} près.
   On admet que l'équation $f(t) = 5$ admet une unique solution sur l'intervalle $[2\,;\,10]$, notée β, et qu'une valeur approchée de β à 10^{-2} près est 3,46.
   b. On considère que ce traitement est efficace lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5 mg.
   Déterminer, à la minute près, la durée d'efficacité du médicament dans le cas de ce protocole.

Partie B : Étude du deuxième protocole

Le deuxième protocole consiste à injecter initialement au patient, par piqûre intraveineuse, une dose de 2 mg de médicament puis à réinjecter toutes les heures une dose de 1,8 mg.
On suppose que le médicament se diffuse instantanément dans le sang et qu'il est ensuite progressivement éliminé.
On estime que lorsqu'une heure s'est écoulée après une injection, la quantité de médicament dans le sang a diminué de 30 % par rapport à la quantité présente immédiatement après cette injection.
On modélise cette situation à l'aide de la suite (u_n) où, pour tout entier naturel n, u_n désigne la quantité de médicament, exprimée en mg, présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la n-ième heure. On a donc $u_0 = 2$.

1. Calculer, selon cette modélisation, la quantité u_1, de médicament (en mg) présente dans le sang du patient immédiatement après l'injection de la première heure.

2. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,7u_n + 1,8$.
3. **a.** Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant u_{n+1} < 6$.
   b. En déduire que la suite (u_n) est convergente. On note ℓ sa limite.
   c. Déterminer la valeur de ℓ. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
4. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 6 - u_n$.
   a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,7 dont on précisera le premier terme.
   b. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.
   c. Avec ce protocole, on arrête les injections lorsque la quantité de médicament présente dans le sang du patient est supérieure ou égale à 5,5 mg.
   Déterminer, en détaillant les calculs, le nombre d'injections réalisées en appliquant ce protocole.

EXERCICE 2 (7 points) **Thème : géométrie dans l'espace**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$, on considère :

- le point A de coordonnées $(-1 ; 1 ; 3)$,
- la droite $\mathscr{D}$ dont une représentation paramétrique est : $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1+2t \\ y &=& 2-t, \\ z &=& 2+2t \end{array}\right.$ $t \in \mathbb{R}$.

On admet que le point A n'appartient pas à la droite $\mathscr{D}$.

1. **a.** Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite $\mathscr{D}$.
   b. Montrer que le point $B(-1 ; 3 ; 0)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$.
   c. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}$.
2. On note $\mathscr{P}$ le plan passant par le point A et orthogonal à la droite $\mathscr{D}$, et on appelle H le point d'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de la droite $\mathscr{D}$. Ainsi, H est le projeté orthogonal de A sur la droite $\mathscr{D}$.
   a. Montrer que le plan $\mathscr{P}$ admet pour équation cartésienne : $2x - y + 2z - 3 = 0$.
   b. En déduire que le point H a pour coordonnées $\left(\dfrac{7}{9} ; \dfrac{19}{9} ; \dfrac{16}{9}\right)$.
   c. Calculer la longueur AH. On donnera une valeur exacte.
3. Dans cette question, on se propose de retrouver les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point A sur la droite $\mathscr{D}$, par une autre méthode.
   On rappelle que le point $B(-1 ; 3 ; 0)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ et que le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}$.
   a. Justifier qu'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{HB} = k\vec{u}$.
   b. Montrer que $k = \dfrac{\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}}{\left\|\vec{u}\right\|^2}$.
   c. Calculer la valeur du nombre réel k et retrouver les coordonnées du point H.
4. On considère un point C appartenant au plan $\mathscr{P}$ tel que le volume du tétraèdre ABCH soit égal à $\dfrac{8}{9}$.
   Calculer l'aire du triangle ACH.
   On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par : $V = \dfrac{1}{3} \times \mathscr{B} \times h$ où $\mathscr{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.

EXERCICE 3 (7 points) **Thème : probabilités**

Le directeur d'une grande entreprise a proposé à l'ensemble de ses salariés un stage de formation à l'utilisation d'un nouveau logiciel.
Ce stage a été suivi par 25 % des salariés.

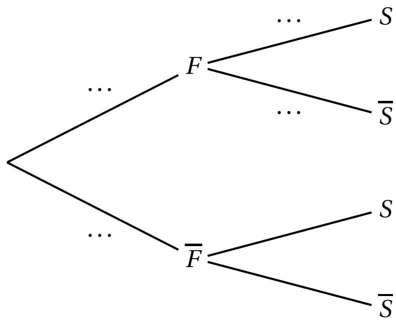
1. Dans cette entreprise, 52 % des salariés sont des femmes, parmi lesquelles 40 % ont suivi le stage.

On interroge au hasard un salarié de l'entreprise et on considère les évènements :

- F : « le salarié interrogé est une femme »,
- S : « le salarié interrogé a suivi le stage ».

$\overline{F}$ et $\overline{S}$ désignent respectivement les évènements contraires des évènements F et S.

a. Donner la probabilité de l'évènement S.
b. Recopier et compléter les pointillés de l'arbre pondéré ci-contre sur les quatre branches indiquées.
c. Démontrer que la probabilité que la personne interrogée soit une femme ayant suivi le stage est égale à 0,208.
d. On sait que la personne interrogée a suivi le stage. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
e. Le directeur affirme que, parmi les hommes salariés de l'entreprise, moins de 10 % ont suivi le stage.
Justifier l'affirmation du directeur.



2. On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de 20 salariés de cette entreprise choisis au hasard associe le nombre de salariés de cet échantillon ayant suivi le stage. On suppose que l'effectif des salariés de l'entreprise est suffisamment important pour assimiler ce choix à un tirage avec remise.

a. Déterminer, en justifiant, la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X.

b. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que 5 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.

c. Le programme ci-dessous, écrit en langage Python, utilise la fonction **binomiale**(i, n, p) créée pour l'occasion qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et p.

```
def proba(k) :
  P=0
  for i in range(0,k+1) :
    P=P+binomiale(i,20,0.25)
  return P
```

Déterminer, à 10^{-3} près, la valeur renvoyée par ce programme lorsque l'on saisit proba(5) dans la console Python.

Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

d. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité qu'au moins 6 salariés dans un échantillon de 20 aient suivi le stage.

3. Cette question est indépendante des questions 1 et 2.

Pour inciter les salariés à suivre le stage, l'entreprise avait décidé d'augmenter les salaires des salariés ayant suivi le stage de 5 %, contre 2 % d'augmentation pour les salariés n'ayant pas suivi le stage.

Quel est le pourcentage moyen d'augmentation des salaires de cette entreprise dans ces conditions ?

EXERCICE 4 (7 points) **Thème : fonctions numériques**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les six questions sont indépendantes

1. La courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-2x^2+3x-1}{x^2+1}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

a. $x = -2$;
b. $y = -1$;
c. $y = -2$;
d. $y = 0$

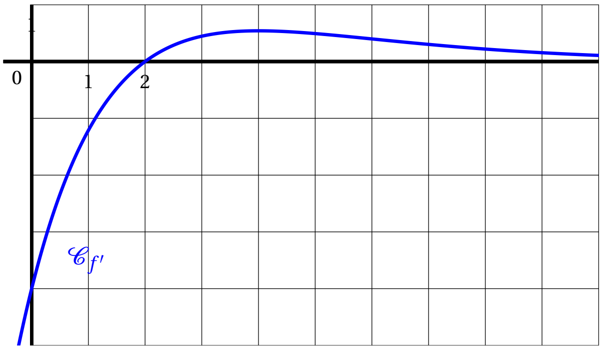
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{x^2}$.
La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}\mathrm{e}^{x^2}$;
b. $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$
c. $F(x) = \left(1+2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2}$;
d. $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2} + \dfrac{1}{2}$

3.

On donne ci-contre la représentation graphique $\mathscr{C}_{f'}$ de **la fonction dérivée f'** d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
On peut affirmer que la fonction f est :

a. concave sur $]0\,;\,+\infty[$;
b. convexe sur $]0\,;\,+\infty[$;
c. convexe sur $[0\,;\,2]$;
d. convexe sur $[2\,;\,+\infty[$.



4. Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3\mathrm{e}^{-x^2}+2$:

a. toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$;
b. toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$;
c. certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres décroissantes sur $\mathbb{R}$;
d. toutes sont croissantes sur $]-\infty\,;\,0]$ et décroissantes sur $[0\,;\,+\infty[$.

5. La limite en $+\infty$ de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2\ln x}{3x^2+1}$ est égale à :

a. $\dfrac{2}{3}$;
b. $+\infty$;
c. $-\infty$;
d. 0.

6. L'équation $\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x} - 12 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

a. trois solutions ;
b. deux solutions ;
c. une seule solution ;
d. aucune solution.

∽ Baccalauréat Métropole 12 mai 2022 ∾

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 et **ne doit traiter que ces 3 exercices**

EXERCICE 1 (7 points) **Thème : probabilités**

Le coyote est un animal sauvage proche du loup, qui vit en Amérique du Nord.
Dans l'état d'Oklahoma, aux États-Unis, 70 % des coyotes sont touchés par une maladie appelée ehrlichiose.
Il existe un test aidant à la détection de cette maladie. Lorsque ce test est appliqué à un coyote, son résultat est soit positif, soit négatif, et on sait que :

- Si le coyote est malade, le test est positif dans 97 % des cas.
- Si le coyote n'est pas malade, le test est négatif dans 95 % des cas.

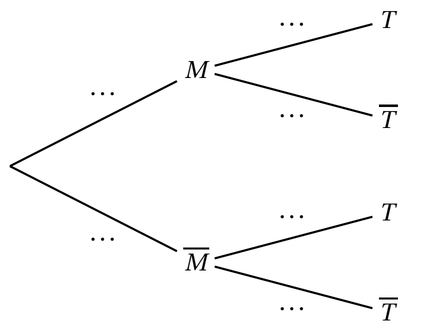
Partie A

Des vétérinaires capturent un coyote d'Oklahoma au hasard et lui font subir un test pour l'ehrlichiose.
On considère les évènements suivants :

- M : « le coyote est malade » ;
- T : « le test du coyote est positif ».

On note $\overline{M}$ et $\overline{T}$ respectivement les évènements contraires de M et T.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui modélise la situation.



2. Déterminer la probabilité que le coyote soit malade et que son test soit positif.
3. Démontrer que la probabilité de T est égale à 0,694.
4. On appelle « valeur prédictive positive du test » la probabilité que le coyote soit effectivement malade sachant que son test est positif.
   Calculer la valeur prédictive positive du test. On arrondira le résultat au millième.
5. **a.** Par analogie avec la question précédente, proposer une définition de la « valeur prédictive négative du test » et calculer cette valeur en arrondissant au millième.
   b. Comparer les valeurs prédictives positive et négative du test, et interpréter.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un coyote capturé au hasard présente un test positif est de 0,694.

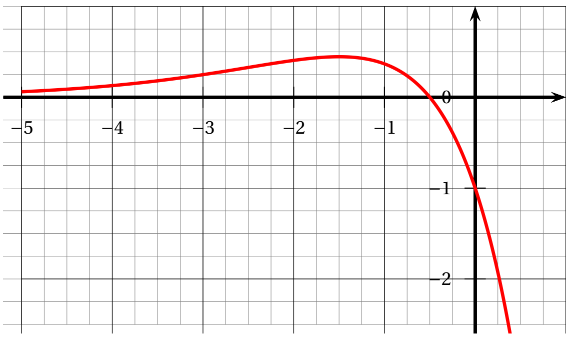
1. Lorsqu'on capture au hasard cinq coyotes, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
   On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard associe le nombre de coyotes dans cet échantillon ayant un test positif.
   a. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Justifier et préciser ses paramètres.
   b. Calculer la probabilité que dans un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard, un seul ait un test positif. On arrondira le résultat au centième.
   c. Un vétérinaire affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'au moins quatre coyotes sur cinq aient un test positif : cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.
2. Pour tester des médicaments, les vétérinaires ont besoin de disposer d'un coyote présentant un test positif. Combien doivent-ils capturer de coyotes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux présente un test positif soit supérieure à 0,99 ?

EXERCICE 2 (7 points) **Thèmes : fonctions numériques et suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1 à 3 ci-dessous, on considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. La courbe de sa fonction dérivée f' est donnée ci-dessous.
On admet que f' admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $\left(-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right)$.

On rappelle que la courbe ci-dessous représente la fonction dérivée f' de f.



Question 1 :

a. La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{3}{2}$;

b. La fonction f admet un maximum en $-\dfrac{1}{2}$;

c. La fonction f admet un minimum en $-\dfrac{1}{2}$;

d. Au point d'abscisse -1, la courbe de la fonction f admet une tangente horizontale.

Question 2 :

a. La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{3}{2}\right[$;

b. La fonction f est convexe sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$;

c. La courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f n'admet pas de point d'inflexion ;

d. La fonction f est concave sur $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$.

Question 3 :
La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie :

a. $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in \left]-\infty\ ;\ -\dfrac{1}{2}\right[$;

b. $f''(x) \geqslant 0$ pour $x \in [-2\ ;\ -1]$;

c. $f''\left(-\dfrac{3}{2}\right) = 0$;

d. $f''(-3) = 0$.

Question 4 :

On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n). On sait que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n \leqslant v_n \leqslant w_n$ et de plus : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} w_n = 3$.
On peut alors affirmer que :

a. la suite (v_n) converge ;

b. Si la suite (u_n) est croissante alors la suite (v_n) est minorée par u_0 ;

c. $1 \leqslant v_0 \leqslant 3$;

d. la suite (v_n) diverge.

Question 5 :

On considère une suite (u_n) telle que, pour tout entier naturel n non nul : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{n}$.
On peut alors affirmer que :

a. la suite (u_n) diverge ;

b. la suite (u_n) converge ;

c. $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$;

d. $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$.

Question 6 :

On considère (u_n) une suite réelle telle que pour tout entier naturel n, on a : $n < u_n < n+1$.
On peut affirmer que :

a. Il existe un entier naturel N tel que u_N est un entier ;

b. la suite (u_n) est croissante ;

c. la suite (u_n) est convergente ;

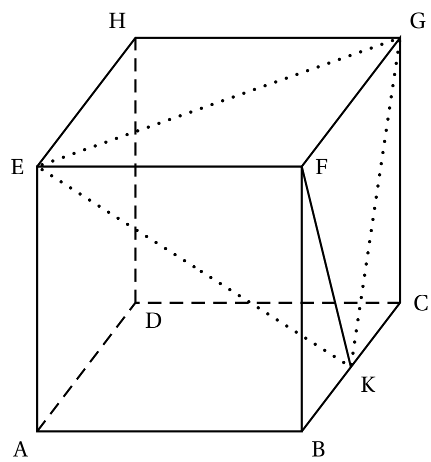
d. La suite (u_n) n'a pas de limite.

EXERCICE 3 (7 points) **Thème : géométrie dans l'espace**

On considère un cube ABCDEFGH et on appelle K le milieu du segment [BC].
On se place dans le repère $\left(\text{A} ; \overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AE}}\right)$ et on considère le tétraèdre EFGK.
On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$$

où $\mathcal{B}$ désigne l'aire d'une base et h la hauteur relative à cette base.



1. Préciser les coordonnées des points E, F, G et K.
2. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (EGK).
3. Démontrer que le plan (EGK) admet pour équation cartésienne : $2x - 2y + z - 1 = 0$.
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) orthogonale au plan (EGK) passant par F.
5. Montrer que le projeté orthogonal L de F sur le plan (EGK) a pour coordonnées $\left(\frac{5}{9} ; \frac{4}{9} ; \frac{7}{9}\right)$.
6. Justifier que la longueur LF est égale à $\dfrac{2}{3}$.
7. Calculer l'aire du triangle EFG. En déduire que le volume du tétraèdre EFGK est égal à $\dfrac{1}{6}$.
8. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle EGK.
9. On considère les points P milieu du segment [EG], M milieu du segment [EK] et N milieu du segment[GK]. Déterminer le volume du tétraèdre FPMN.

EXERCICE 4 (7 points) **Thèmes : fonctions numériques, fonction exponentielle**

Partie A : études de deux fonctions

On considère les deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 0,06\left(-x^2 + 13,7x\right) \quad \text{et} \quad g(x) = (-0,15x + 2,2)\mathrm{e}^{0,2x} - 2,2.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables et on note f' et g' leurs fonctions dérivées respectives.

1. On donne le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

x	0		$6,85$		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	$f(6,85)$	$\searrow$	$-\infty$

a. Justifier la limite de f en $+\infty$.

b. Justifier les variations de la fonction f.

c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

2. **a.** Déterminer la limite de g en $+\infty$.

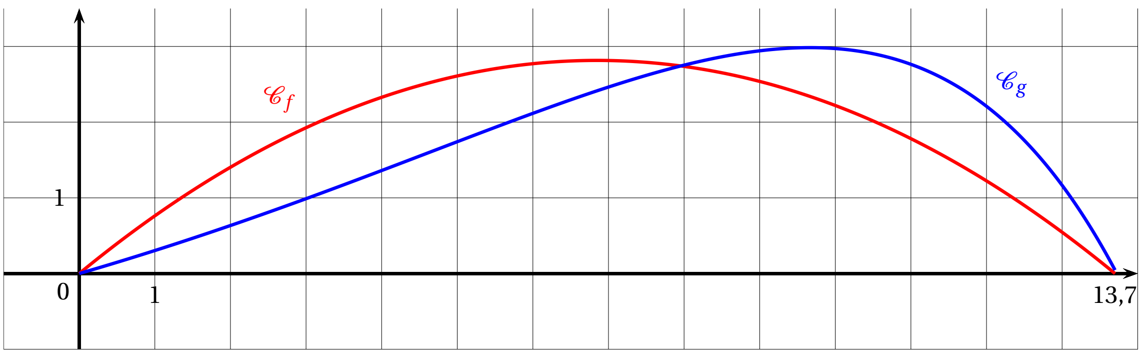
b. Démontrer que, pour tout réel x appartenant à $[0\,;\,+\infty[$ on a :
$g'(x) = (-0,03x + 0,29)\mathrm{e}^{0,2x}$.

c. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variations sur $[0\,;\,+\infty[$. Préciser une valeur approchée à 10^{-2} près du maximum de g.

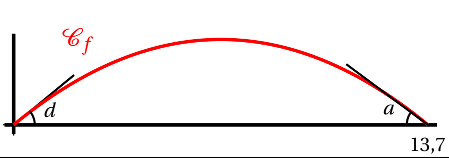
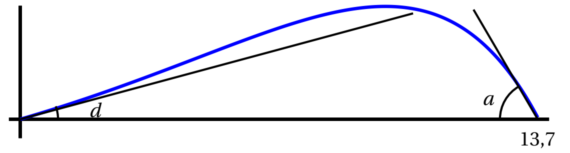
d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution non nulle et déterminer, à 10^{-2} près, une valeur approchée de cette solution.

Partie B : trajectoires d'une balle de golf

Pour frapper la balle, un joueur de golf utilise un instrument appelé « club » de golf.
On souhaite exploiter les fonctions f et g étudiées en partie A pour modéliser de deux façons différentes la trajectoire d'une balle de golf. On suppose que le terrain est parfaitement plat.
On admettra ici que 13,7 est la valeur qui annule la fonction f et une approximation de la valeur qui annule la fonction g.
On donne ci-dessous les représentations graphiques de f et g sur l'intervalle $[0; 13{,}7]$.



Pour x représentant la distance horizontale parcourue par la balle en dizaine de yards après la frappe, (avec $0 < x < 13,7$), $f(x)$ (ou $g(x)$ selon le modèle) représente la hauteur correspondante de la balle par rapport au sol, en dizaine de yards (1 yard correspond à environ 0,914 mètre).
On appelle « angle de décollage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe ($\mathscr{C}_f$ ou $\mathscr{C}_g$ selon le modèle) en son point d'abscisse 0. Une mesure de l'angle de décollage de la balle est un nombre réel d tel que $\tan(d)$ est égal au coefficient directeur de cette tangente.
De même, on appelle « angle d'atterrissage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe ($\mathscr{C}_f$ ou $\mathscr{C}_g$ selon le modèle) en son point d'abscisse 13,7. Une mesure de l'angle d'atterrissage de la balle est un nombre réel a tel que $\tan(a)$ est égal à l'opposé du coefficient directeur de cette tangente.
Tous les angles sont mesurés en degré.

Le schéma illustre les angles de décollage et d'atterrissage associés à la courbe $\mathscr{C}_f$	Le schéma illustre les angles de décollage et d'atterrissage associés à la courbe $\mathscr{C}_g$.
	

1. *Première modélisation* : on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $f(x)$ la hauteur correspondante de la balle.

Selon ce modèle :

a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?

b. Vérifier que $f'(0) = 0,822$.

c. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondie au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).

d. Quelle propriété graphique de la courbe $\mathscr{C}_f$ permet de justifier que les angles de décollage et d'atterrissage de la balle sont égaux ?

2. *Seconde modélisation* : on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $g(x)$ la hauteur correspondante de la balle.

Selon ce modèle :

a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?
On précise que $g'(0) = 0,29$ et $g'(13,7) \approx -1,87$.

b. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondie au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).

c. Justifier que 62 est une valeur approchée, arrondie à l'unité près, d'une mesure en degré de l'angle d'atterrissage de la balle.

Tableau : extrait d'une feuille de calcul donnant une mesure en degré d'un angle quand on connait sa tangente :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	$\tan(\theta)$	0,815	0,816	0,817	0,818	0,819	0,82	0,821	0,822	0,823	0,824	0,825	0,826
2	θ en degrés	39,18	39,21	39,25	39,28	39,32	39,35	39,39	39,42	39,45	39,49	39,52	39,56
3													
4	$\tan(\theta)$	0,285	0,286	0,287	0,288	0,289	0,29	0,291	0,292	0,293	0,294	0,295	0,296
5	θ en degrés	15,91	15,96	16,01	16,07	16,12	16,17	16,23	16,28	16,33	16,38	16,44	16,49

Partie C : interrogation des modèles

À partir d'un grand nombre d'observations des performances de joueurs professionnels, on a obtenu les résultats moyens suivants :

Angle de décollage en degré	Hauteur maximale en yard	Angle d'atterrissage en degré	Distance horizontale en yard au point de chute
24	32	52	137

Quel modèle, parmi les deux étudiés précédemment, semble le plus adapté pour décrire la frappe de la balle par un joueur professionnel ? La réponse sera justifiée.

Baccalauréat Centres étrangers [2] 12 mai 2022

Sujet 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 7 points **Thème : Fonction exponentielle**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse incorrecte, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

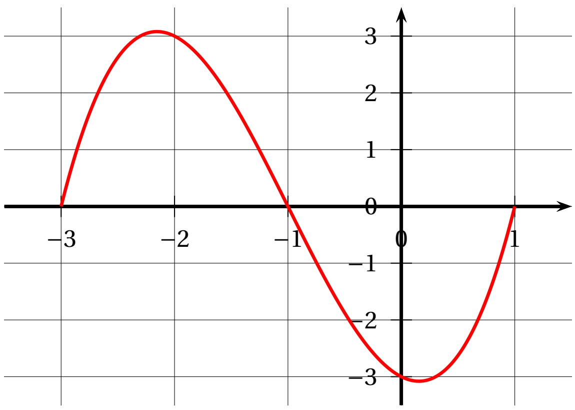
1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{x}{e^x}$$

On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

a. $f'(x) = e^{-x}$ **b.** $f'(x) = xe^{-x}$
c. $f'(x) = (1-x)e^{-x}$ **d.** $f'(x) = (1+x)e^{-x}$

2. Soit f une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3 ; 1]$. On donne ci-dessous la représentation graphique de sa fonction dérivée seconde f''.



On peut alors affirmer que :

a. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[-1 ; 1]$
b. La fonction f est concave sur l'intervalle $[-2 ; 0]$
c. La fonction f' est décroissante sur l'intervalle $[-2 ; 0]$
d. La fonction f' admet un maximum en $x = -1$

Pour $x < -1$, $f''(x) > 0$, donc f' est croissante et pour $x > -1$, $f''(x) < 0$, donc f' est décroissante. La fonction f' admet donc un maximum en $x = -1$. Réponse **d.**

2. Arabie saoudite, Bahreïn, Chypre, Éthiopie, Grèce, Israël, Jordanie, Koweït, Qatar, Roumanie et Turquie

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^3\mathrm{e}^{-x^2}$$

Si F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$,

a. $F(x) = -\frac{1}{6}\left(x^3+1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

b. $F(x) = -\frac{1}{4}x^4\mathrm{e}^{-x^2}$

c. $F(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2+1\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

d. $F(x) = x^2\left(3-2x^2\right)\mathrm{e}^{-x^2}$

4. Que vaut :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\mathrm{e}^x+1}{\mathrm{e}^x-1}$$

a. -1

b. 1

c. $+\infty$

d. n'existe pas

5. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{2x+1}$.
La seule primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f telle que $F(0) = 1$ est la fonction :

a. $x \longmapsto 2\mathrm{e}^{2x+1} - 2\mathrm{e} + 1$

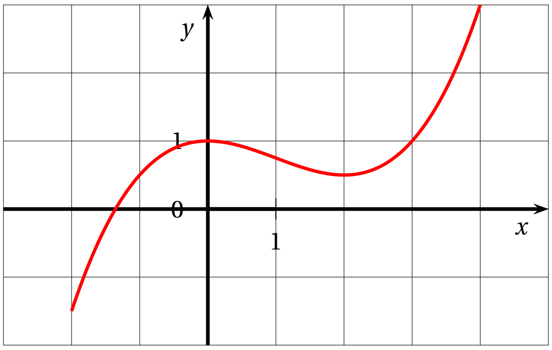
b. $x \longmapsto 2\mathrm{e}^{2x+1} - \mathrm{e}$

c. $x \longmapsto \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+1} - \frac{1}{2}\mathrm{e} + 1$

d. $x \longmapsto \mathrm{e}^{x^2+x}$

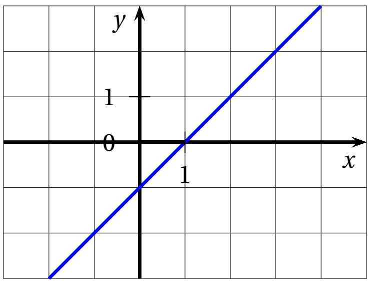
6.

Dans un repère, on a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction f définie et deux fois dérivable sur $[-2\,;\,4]$

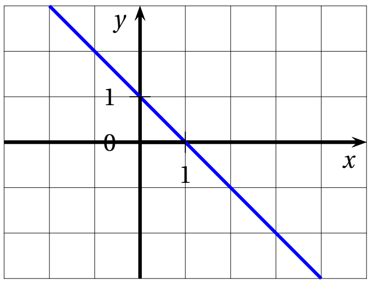


Parmi les courbes suivantes, laquelle représente la fonction f'', dérivée seconde de f ?

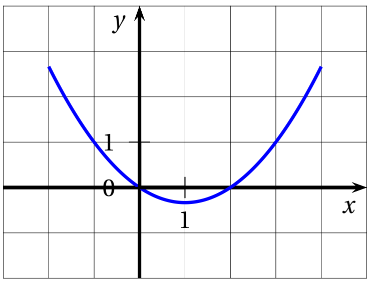
a.



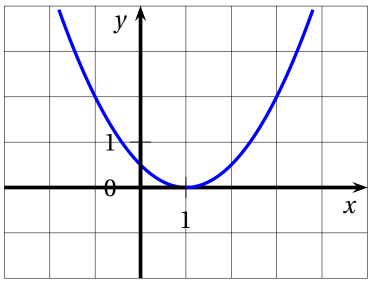
b.



c.



d.



EXERCICE 2 7 points **Thèmes : Fonction logarithme et suite**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = x\ln(x) + 1$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Déterminer la limite de la fonction f en 0 ainsi que sa limite en $+\infty$.

2. **a.** On admet que f est dérivable sur $]0\ ;\ +\infty[$ et on notera f' sa fonction dérivée. Montrer que pour tout réel x strictement positif :

$$f'(x) = 1 + \ln(x).$$

b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$. On y fera figurer la valeur exacte de l'extremum de f sur $]0\ ;\ +\infty[$ et les limites.

c. Justifier que pour tout $x \in]0\ ;\ 1[$, $f(x) \in]0\ ;\ 1[$.

3. **a.** Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

b. Étudier la convexité de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

c. En déduire que pour tout réel x strictement positif :

$$f(x) \geqslant x$$

4. On définit la suite (u_n) par son premier terme u_0 élément de l'intervalle $]0\,;1[$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < 1$.

b. Déduire de la question 3. c. la croissance de la suite (u_n).

c. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

EXERCICE 3 7 points **Thème : Géométrie dans l'espace**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.
On considère les points

$$\text{A}(3\ ;\ -2\ ;\ 2),\quad \text{B}(6\ ;\ 1\ ;\ 5),\quad \text{C}(6\ ;\ -2\ ;\ -1)\quad \text{et D}(0\ ;\ 4\ ;\ -1).$$

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3}\mathscr{A} \times h$$

où $\mathscr{A}$ est l'aire de la base et h la hauteur correspondante.

1. Démontrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

2. **a.** Montrer que le triangle ABC est rectangle.

b. Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).

c. En déduire le volume du tétraèdre ABCD.

3. On considère le point H(5; 0; 1).

a. Montrer qu'il existe des réels α et β tels que $\overrightarrow{\text{BH}} = \alpha\overrightarrow{\text{BC}} + \beta\overrightarrow{\text{BD}}$.

b. Démontrer que H est le projeté orthogonal du point A sur le plan (BCD).

c. En déduire la distance du point A au plan (BCD).

4. Déduire des questions précédentes l'aire du triangle BCD.

EXERCICE 4 7 points **Thème : Probabilités**

Une urne contient des jetons blancs et noirs tous indiscernables au toucher.
Une partie consiste à prélever au hasard successivement et avec remise deux jetons de cette urne.
On établit la règle de jeu suivante :

- un joueur perd 9 euros si les deux jetons tirés sont de couleur blanche ;
- un joueur perd 1 euro si les deux jetons tirés sont de couleur noire ;
- un joueur gagne 5 euros si les deux jetons tirés sont de couleurs différentes.

1. On considère que l'urne contient 2 jetons noirs et 3 jetons blancs.

a. Modéliser la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

b. Calculer la probabilité de perdre 9 € sur une partie.

2. On considère maintenant que l'urne contient 3 jetons blancs et au moins deux jetons noirs mais on ne connait pas le nombre exact de jetons noirs. On appellera N le nombre de jetons noirs.

a. Soit X la variable aléatoire donnant le gain du jeu pour une partie.
Déterminer la loi de probabilité de cette variable aléatoire.

b. Résoudre l'inéquation pour x réel :

$$-x^2+30x-81>0$$

c. En utilisant le résultat de la question précédente, déterminer le nombre de jetons noirs que l'urne doit contenir afin que ce jeu soit favorable au joueur.

d. Combien de jetons noirs le joueur doit-il demander afin d'obtenir un gain moyen maximal ?

3. On observe 10 joueurs qui tentent leur chance en effectuant une partie de ce jeu, indépendamment les uns des autres. On suppose que 7 jetons noirs ont été placés dans l'urne (avec 3 jetons blancs).
Quelle est la probabilité d'avoir au moins 1 joueur gagnant 5 euros ?

Baccalauréat Asie 17 mai 2022 Jour 1
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices.
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices.**

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 **7 points**

Principaux domaines abordés : Probabilités conditionnelles et indépendance. Variables aléatoires.

Lors d'une kermesse, un organisateur de jeux dispose, d'une part, d'une roue comportant quatre cases blanches et huit cases rouges et, d'autre part, d'un sac contenant cinq jetons portant les numéros 1, 2, 3, 4 et 5.
Le jeu consiste à faire tourner la roue, chaque case ayant la même probabilité d'être obtenue, puis à extraire un ou deux jetons du sac selon la règle suivante :

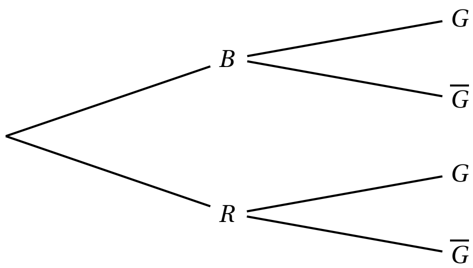
- si la case obtenue par la roue est blanche, alors le joueur extrait un jeton du sac ;
- si la case obtenue par la roue est rouge, alors le joueur extrait successivement et sans remise deux jetons du sac.

Le joueur gagne si le ou les jetons tirés portent tous un numéro impair.

1. Un joueur fait une partie et on note B l'évènement « la case obtenue est blanche », R l'évènement « la case obtenue est rouge » et G l'évènement « le joueur gagne la partie ».

   a. Donner la valeur de la probabilité conditionnelle $P_B(G)$.

   b. On admettra que la probabilité de tirer successivement et sans remise deux jetons impairs est égale à $0,3$.
   Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



2. **a.** Montrer que $P(G) = 0,4$.

   b. Un joueur gagne la partie.
   Quelle est la probabilité qu'il ait obtenu une case blanche en lançant la roue ?

3. Les évènements B et G sont-ils indépendants ? Justifier.

4. Un même joueur fait dix parties. Les jetons tirés sont remis dans le sac après chaque partie.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

   a. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

   b. Calculer la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, que le joueur gagne exactement trois parties sur les dix parties jouées.

   c. Calculer $P(X \geqslant 4)$ arrondie à 10^{-3} près.
   Donner une interprétation du résultat obtenu.

5. Un joueur fait n parties et on note p_n la probabilité de l'évènement « le joueur gagne au moins une partie ».

   a. Montrer que $p_n = 1 - 0,6^n$.

   b. Déterminer la plus petite valeur de l'entier n pour laquelle la probabilité de gagner au moins une partie est supérieure ou égale à $0,99$.

EXERCICE 2 **7 points**

Principaux domaines abordés : Suites numériques. Algorithmique et programmation.

Un médicament est administré à un patient par voie intraveineuse.

Partie A : modèle discret de la quantité médicamenteuse

Après une première injection de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion.
On estime que, toutes les 30 minutes, l'organisme du patient élimine 10 % de la quantité de médicament présente dans le sang et qu'il reçoit une dose supplémentaire de 0,25 mg de la substance médicamenteuse.
On étudie l'évolution de la quantité de médicament dans le sang avec le modèle suivant :
pour tout entier naturel n, on note u_n la quantité, en mg, de médicament dans le sang du patient au bout de n périodes de trente minutes. On a donc $u_0 = 1$.

1. Calculer la quantité de médicament dans le sang au bout d'une demi-heure.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 0,25$.
3. **a.** Montrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n, $u_n \leqslant u_{n+1} < 5$.

   b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
4. On estime que le médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.

   a. Recopier et compléter le script écrit en langage Python suivant de manière à déterminer au bout de combien de périodes de trente minutes le médicament commence à être réellement efficace.

```
def efficace():
  u=1
  n=0
  while ......:
     u=......
     n = n+1
   return n
```

   b. Quelle est la valeur renvoyée par ce script ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = 2,5 - u_n$.

   a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme (v_0).

   b. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 2,5 - 1,5 \times 0,9^n$.

   c. Le médicament devient toxique lorsque sa quantité présente dans le sang du patient dépasse 3 mg.
   D'après le modèle choisi, le traitement présente-t-il un risque pour le patient ? Justifier.

Partie B : modèle continu de la quantité médicamenteuse

Après une injection initiale de 1 mg de médicament, le patient est placé sous perfusion.
Le débit de la substance médicamenteuse administrée au patient est de 0,5 mg par heure.
La quantité de médicament dans le sang du patient, en fonction du temps, est modélisée par la fonction f, définie sur $[0~;~+\infty[$, par

$$f(t) = 2,5 - 1,5\mathrm{e}^{-0,2t},$$

où t désigne la durée de la perfusion exprimée en heure.
On rappelle que ce médicament est réellement efficace lorsque sa quantité dans le sang du patient est supérieure ou égale à 1,8 mg.

1. Le médicament est-il réellement efficace au bout de 3 h 45 min ?

2. Selon ce modèle, déterminer au bout de combien de temps le médicament devient réellement efficace.

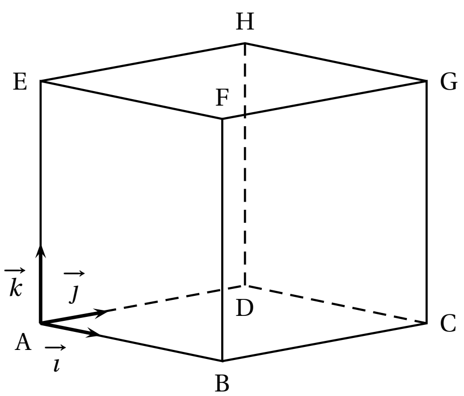
3. Comparer le résultat obtenu avec celui obtenu à la question 4. b. du modèle discret de la Partie A.

EXERCICE 3 **7 points**

Principaux domaines abordés : Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Le solide ABCDEFGH est un cube. On se place dans le repère orthonormé $\left(A ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$ de l'espace dans lequel les coordonnées des points B, D et E sont :

$$B(3 ; 0 ; 0), D(0 ; 3 ; 0) \text{ et } E(0 ; 0 ; 3).$$



On considère les points P(0; 0; 1), Q(0; 2; 3) et R(1; 0; 3).

1. Placer les points P, Q et R sur la figure en ANNEXE qui sera à rendre avec la copie.

2. Montrer que le triangle PQR est isocèle en R.

3. Justifier que les points P, Q et R définissent un plan.

4. On s'intéresse à présent à la distance entre le point E et le plan (PQR).

   a. Montrer que le vecteur $\vec{u}\,(2 ; 1 ; -1)$ est normal au plan (PQR).

   b. En déduire une équation cartésienne du plan (PQR).

   c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point E et orthogonale au plan (PQR).

   d. Montrer que le point $L\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{8}{3}\right)$ est le projeté orthogonal du point E sur le plan (PQR).

   e. Déterminer la distance entre le point E et le plan (PQR).

5. En choisissant le triangle EQR comme base, montrer que le volume du tétraèdre EPQR est $\frac{2}{3}$.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

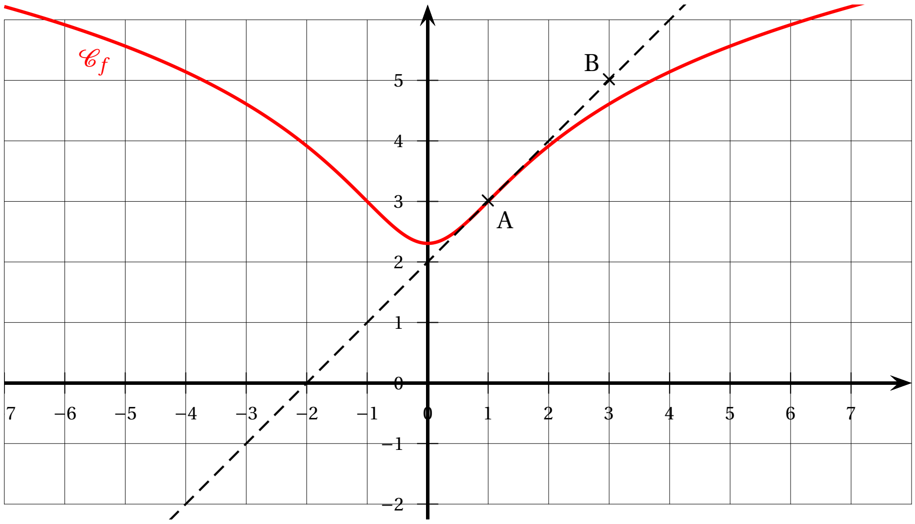
$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire d'une base} \times \text{hauteur correspondante.}$$

6. Trouver, à l'aide des deux questions précédentes, l'aire du triangle PQR.

EXERCICE 4 **7 points**

Principaux domaines abordés : Étude de fonctions. Fonction logarithme.

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On considère les points A$(1\,;3)$ et B$(3\,;5)$.
On donne ci-dessous $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal du plan, ainsi que la tangente (AB) à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A.



Les trois parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.
2. La fonction f est définie par l'expression $f(x) = \ln\left(ax^2+1\right)+b$, où a et b sont des nombres réels positifs.
   a. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
   b. Déterminer les valeurs de a et b à l'aide des résultats précédents.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln\left(x^2+1\right)+3-\ln(2).$$

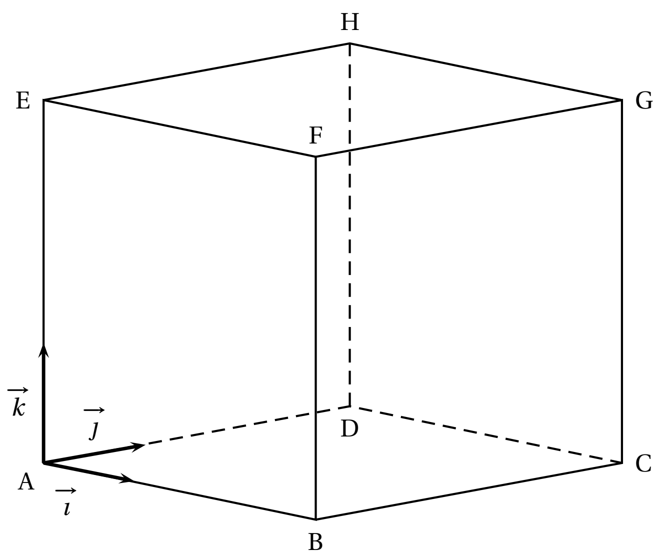
1. Montrer que f est une fonction paire.
2. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
   Étudier le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
   Dresser le tableau des variations de f en y faisant figurer la valeur exacte du minimum ainsi que les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
4. À l'aide du tableau des variations de f, donner les valeurs du réel k pour lesquelles l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions.
5. Résoudre l'équation $f(x) = 3+\ln 2$.

Partie C

On rappelle que la fonction f est définie sur R par $f(x) = \ln\left(x^2+1\right)+3-\ln(2)$.

1. Conjecturer, par lecture graphique, les abscisses des éventuels points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel x, on a : $f''(x) = \dfrac{2\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$.
3. En déduire le plus grand intervalle sur lequel la fonction f est convexe.

ANNEXE à rendre avec la copie



☙ Baccalauréat Asie 18 mai 2022 Jour 2 ❧

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices.
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices.**

Chaque exercice est noté sur 7 points (le total sera ramené sur 20 points).

Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 **7 points**

Principaux domaines abordés : Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Dans un repère orthonormé $\left(O~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath},~\vec{k}\right)$ de l'espace, on considère les points

$$A(-3~;~1~;~3), B(2~;~2~;~3), C(1~;~7~;~-1), D(-4~;~6~;~-1) \text{ et } K(-3~;~14~;~14).$$

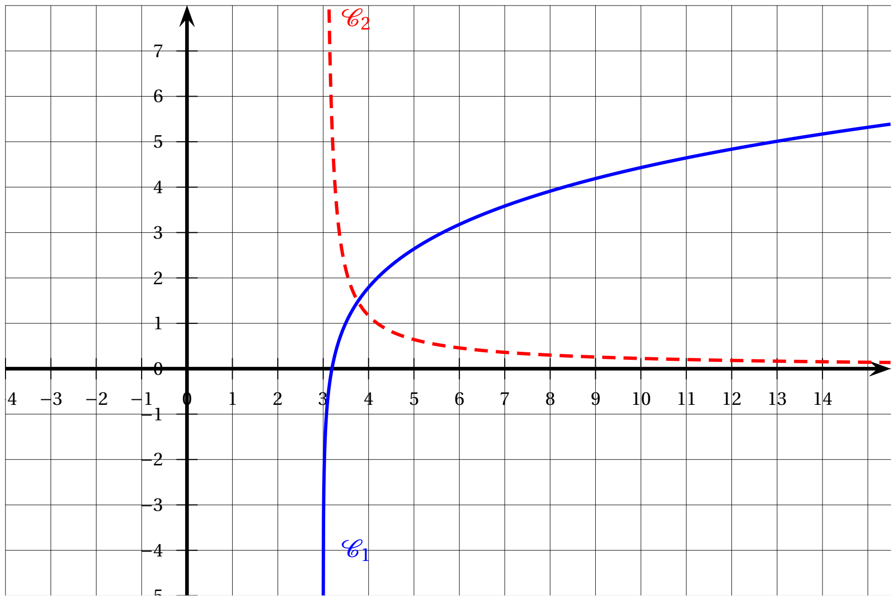
1. **a.** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
   b. Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
   c. Calculer l'aire du rectangle ABCD.
2. **a.** Justifier que les points A, B et D définissent un plan.
   b. Montrer que le vecteur $\vec{n}(-2~;~10~;~13)$ est un vecteur normal au plan (ABD).
   c. En déduire une équation cartésienne du plan (ABD).
3. **a.** Donner une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (ABD) et qui passe par le point K.
   b. Déterminer les coordonnées du point I, projeté orthogonal du point K sur le plan (ABD).
   c. Montrer que la hauteur de la pyramide KABCD de base ABCD et de sommet K vaut $\sqrt{273}$.
4. Calculer le volume V de la pyramide KABCD.
   On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$

EXERCICE 2 — 7 points

Principaux domaines abordés : Étude des fonctions. Fonction logarithme.

Partie A



Dans le repère orthonormé ci-dessus, sont tracées les courbes représentatives d'une fonction f et de sa fonction dérivée, notée f', toutes deux définies sur $]3\,;\,+\infty[$.

1. Associer à chaque courbe la fonction qu'elle représente. Justifier.
2. Déterminer graphiquement la ou les solutions éventuelles de l'équation $f(x) = 3$.
3. Indiquer, par lecture graphique, la convexité de la fonction f.

Partie B

1. Justifier que la quantité $\ln\left(x^2 - x - 6\right)$ est bien définie pour les valeurs x de l'intervalle $]3\,;\,+\infty[$, que l'on nommera I dans la suite.
2. On admet que la fonction f de la partie A est définie par $f(x) = \ln\left(x^2 - x - 6\right)$ sur I.
   Calculer les limites de la fonction f aux deux bornes de l'intervalle I.
   En déduire une équation d'une asymptote à la courbe représentative de la fonction f sur I.
3. **a.** Calculer $f'(x)$ pour tout x appartenant à I.
   b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur I.
   Dresser le tableau des variations de la fonction f en y faisant figurer les limites aux bornes de I.
4. **a.** Justifier que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]5\,;\,6[$.
   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, un encadrement de α à 10^{-2} près.
5. **a.** Justifier que $f''(x) = \dfrac{-2x^2 + 2x - 13}{\left(x^2 - x - 6\right)^2}$.
   b. Étudier la convexité de la fonction f sur I.

EXERCICE 3 — 7 points

Principaux domaines abordés : Probabilités conditionnelles et indépendance. Variables aléatoires.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie 1

Julien doit prendre l'avion ; il a prévu de prendre le bus pour se rendre à l'aéroport.
S'il prend le bus de 8 h, il est sûr d'être à l'aéroport à temps pour son vol.
Par contre, le bus suivant ne lui permettrait pas d'arriver à temps à l'aéroport.
Julien est parti en retard de son appartement et la probabilité qu'il manque son bus est de $0,8$.
S'il manque son bus, il se rend à l'aéroport en prenant une compagnie de voitures privées ; il a alors une probabilité de $0,5$ d'être à l'heure à l'aéroport.

On notera :

- B l'évènement : « Julien réussit à prendre son bus » ;
- V l'évènement : « Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol ».

1. Donner la valeur de $P_B(V)$.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Montrer que $P(V) = 0,6$.
4. Si Julien est à l'heure à l'aéroport pour son vol, quelle est la probabilité qu'il soit arrivé à l'aéroport en bus ? Justifier.

Partie 2

Les compagnies aériennes vendent plus de billets qu'il n'y a de places dans les avions car certains passagers ne se présentent pas à l'embarquement du vol sur lequel ils ont réservé. On appelle cette pratique le surbooking.
Au vu des statistiques des vols précédents, la compagnie aérienne estime que chaque passager a 5 % de chance de ne pas se présenter à l'embarquement.
Considérons un vol dans un avion de 200 places pour lequel 206 billets ont été vendus. On suppose que la présence à l'embarquement de chaque passager est indépendante des autres passagers et on appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de passagers se présentant à l'embarquement.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. En moyenne, combien de passagers vont-ils se présenter à l'embarquement ?
3. Calculer la probabilité que 201 passagers se présentent à l'embarquement. Le résultat sera arrondi à 10^{-3} près.
4. Calculer $P(X \leqslant 200)$, le résultat sera arrondi à 10^{-3} près. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. La compagnie aérienne vend chaque billet à 250 euros.
   Si plus de 200 passagers se présentent à l'embarquement, la compagnie doit rembourser le billet d'avion et payer une pénalité de 600 euros à chaque passager lésé.
   On appelle :

   Y la variable aléatoire égale au nombre de passagers qui ne peuvent pas embarquer bien qu'ayant acheté un billet ;

   C la variable aléatoire qui totalise le chiffre d'affaire de la compagnie aérienne sur ce vol.

   On admet que Y suit la loi de probabilité donnée par le tableau suivant :

y_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y = y_i)$	0,947 75	0,030 63	0,014 41	0,005 39	0,001 51	0,000 28	

   a. Compléter la loi de probabilité donnée ci-dessus en calculant $P(Y = 6)$.

   b. Justifier que : $C = 51\,500 - 850Y$.

   c. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire C sous forme d'un tableau.
   Calculer l'espérance de la variable aléatoire C à l'euro près.

   d. Comparer le chiffre d'affaires obtenu en vendant exactement 200 billets et le chiffre d'affaires moyen obtenu en pratiquant le surbooking.

EXERCICE 4 **7 points**

Principaux domaines abordés : Suites numériques. Algorithmique et programmation.

On s'intéresse au développement d'une bactérie.
Dans cet exercice, on modélise son développement avec les hypothèses suivantes : cette bactérie a une probabilité $0,3$ de mourir sans descendance et une probabilité $0,7$ de se diviser en deux bactéries filles.
Dans le cadre de cette expérience, on admet que les lois de reproduction des bactéries sont les mêmes pour toutes les générations de bactéries qu'elles soient mère ou fille.
Pour tout entier naturel n, on appelle p_n la probabilité d'obtenir au plus n descendances pour une bactérie.
On admet que, d'après ce modèle, la suite (p_n) est définie de la façon suivante :
$p_0 = 0,3$ et, pour tout entier naturel n,

$$p_{n+1} = 0,3 + 0,7p_n^2.$$

1. La feuille de calcul ci-dessous donne des valeurs approchées de la suite (p_n)

	A	B
1	n	p_n
2	0	0,3
3	1	
4	2	
5	3	0,407 695 62
6	4	0,416 351
7	5	0,421 343 71
8	6	0,424 271 37
9	7	0,426 004 33
10	8	0,427 035 78
11	9	0,427 651 69
12	10	0,428 020 18
13	11	0,428 240 89
14	12	0,428 373 18
15	13	0,428 452 51
16	14	0,428 500 09
17	15	0,428 528 63
18	16	0,428 545 75
19	17	0,428 556 02

a. Déterminer les valeurs exactes de p_1 et p_2 (masquées dans la feuille de calcul) et interpréter ces valeurs dans le contexte de l'énoncé.

b. Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, d'obtenir au moins 11 générations de bactéries à partir d'une bactérie de ce type ?

c. Formuler des conjectures sur les variations et la convergence de la suite (p_n).

2. a. Démontrer par récurrence sur n que, pour tout entier naturel n, $0 \leqslant p_n \leqslant p_{n+1} \leqslant 0,5$.

b. Justifier que la suite (p_n) est convergente.

3. On appelle L la limite de la suite (p_n).

a. Justifier que L est solution de l'équation

$$0,7x^2 - x + 0,3 = 0$$

b. Déterminer alors la limite de la suite (p_n).

6. La fonction suivante, écrite en langage Python, a pour objectif de renvoyer les n premiers termes de la suite (p_n).

```
1 def suite(n) :
2   p= ...
3   s=[p]
4   for i in range (...) :
5       p=...
6       s.append(p)
7   return (s)
```

Recopier, sur votre copie, cette fonction en complétant les lignes 2, 4 et 5 de façon à ce que la fonction `suite (n)` retourne, sous forme de liste, les n premiers termes de la suite.